SIGNIFICADOS ASOCIADOS A LA NOCIÓN DE FRACCIÓN AL RESOLVER UN PROBLEMA DE MEZCLAS

Rebeca Flores García
CICATA – IPN México
rebefg@gmail.com
Campo de investigación: Números racionales y proporcionalidad Nivel: Básico

Resumen. *El presente documento tiene por objetivo evidenciar algunos de los significados asociados a la noción de fracción al trabajar con un problema de mezclas dentro del aula. La escuela elegida para su realización pertenece al sistema educativo estatal del nivel básico, ubicada en el centro de la Ciudad de Toluca, Estado de México; se seleccionó a un grupo de secundaria. Se aplicó un cuestionario con seis problemas tomados de libros de texto autorizados por la Secretaría de Educación Pública. Para el caso que nos ocupa, se aborda sólo uno de estos problemas. Se pretende mirar algunos procesos cognitivos de los alumnos para comprender cómo se llega a la construcción del número fraccionario, además de cómo se van asociando a ella algunos de sus significados. Entre los resultados se identificaron por un lado nociones primarias tales como: parte todo, razón, proporción medida; así como nociones complementarias: partición, equivalencia y la suma tanto de fracciones como de razones.*
Palabras clave: fracción, razón, proporción, significado

Introducción

Así como lo establece Fandiño (2005), el proceso de enseñanza aprendizaje relacionado con las fracciones es ciertamente uno de los más estudiados desde el inicio de la investigación en Educación Matemática, debido probablemente a que (junto con la cuestión relacionada de los números decimales) representa una de las áreas de dificultad más comunes en las escuelas de todo el mundo. Al respecto, Lamon (2001), señala que se ha documentado repetidamente tanto en evaluaciones nacionales como en evaluaciones internacionales que los estudiantes están aprendiendo poco, si no es que nada, acerca de los números racionales.

Estas ideas permitieron asomarnos a los libros de texto de primer grado de nivel secundaria para explorar cómo es que se les plantea a los estudiantes cierto tipo de significados que se le asocian a una fracción, tales como razón, proporción, cociente, operador, parte todo, porcentajes, decimales, entre otros; centrando nuestra atención en las dos primeras nociones las cuales se encuentran muy relacionadas. Dada la relevancia del problema y los objetivos de nuestro estudio, nos centramos en dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿Cuáles son los significados asociados a la fracción al resolver un problema de mezclas? ¿Qué tipo de estrategias utilizan los estudiantes al resolver el problema?

Marco teórico y metodología

El avance de investigación que se presenta se desarrolla bajo el enfoque de la aproximación socioepistemológica; la cual considera cuatro dimensiones que determinan la construcción del conocimiento en el ser humano: la didáctica, la cognitiva, la epistemológica y la social. De acuerdo con Montiel (2006, p.818): *la componente epistemológica* debido a la componente social desvía su atención de los conceptos y objetos hacia la identificación de prácticas de referencia y actividades ubicadas en contextos particulares; *la componente cognitiva* asume al conocimiento como una serie de procesos sustentados por mecanismos cognitivos que se desarrollan socialmente; la *componente didáctica* explica la difusión del conocimiento a través del discurso matemático escolar examinando sus efectos e implicaciones didácticas.

Esta investigación se centra en analizar la presencia de las fracciones en el discurso matemático escolar del nivel secundaria a través de la presentación de investigaciones realizadas en torno a los significados que se otorgan a las fracciones en la escuela y a la identificación de los mismos en libros de texto de uso habitual en la actualidad y en el programa de estudio de México.

Se diseñó y aplicó un cuestionario inicial exploratorio conformado por seis problemas distintos. La aplicación del cuestionario fue a un grupo de 36 estudiantes (13 hombres y 23 mujeres) que cursaban el primer grado de secundaria, cuyas edades oscilaban entre los 12 y 14 años y quienes se encontraban finalizando el Ciclo Escolar 2008 – 2009. Este grupo fue seleccionado por dos razones, la primera refiere a que se encontraban desarrollando el último bloque del programa de estudio, motivo por el cual ya tendrían cubiertos los contenidos del problema planteado y la segunda se debe al tipo de procesos expresados en las soluciones que propusieron a los problemas.

Es importante conceptualizar a la fracción a través de todos sus significados, puesto que una elección de enseñanza con solamente uno o dos de ellos resulta ser inadecuada, al respecto Lamon (2001) subraya que aún no queda claro cómo es que los distintos significados puedan integrarse en la enseñanza. Por su parte Fandiño reporta al menos catorce significados asociados a la noción de fracción, lo cual dificulta aún más su enseñanza.

Una mirada a la solución del problema

El problema planteado.

En dos jarras iguales tenemos una mezcla de agua con jugo de naranja. En una de las jarras, la proporción es de $3:7$*; es decir, de 3 partes de agua y 7 de jugo de naranja, mientras que en la otra hay una proporción de* $3:5$*. Si juntamos el contenido de las dos jarras, ¿cuál será la proporción?* (Cantoral, Castañeda, Cabañas, Farfán, Lezama, Martínez, Montiel, Molina y Sánchez, 2008, p. 83)

Este problema fue seleccionado en función de los datos encontrados en la revisión de los libros de texto, por un lado los libros proponen variadas situaciones relacionadas con mezclas y por el otro, se observó en este tipo de problemas la conexión entre varios de los significados asociados a la fracción para acceder a la solución, lo cual brinda elementos para observar cómo es que los estudiantes logran establecer ciertos vínculos entre esos significados o posiblemente detectar qué noción no les permite hacerlo apropiadamente.

Dada su complejidad, el problema se desglosa en los siguientes pasos:

1. El problema explicita inicialmente 2 jarras; es decir 2 unidades de 1. Finalmente una jarra de 2 (es decir, una unidad de 2 (1 de 2))

2. Los contenidos de la jarra son iguales, lo que posibilita la suma $\frac{3}{10}+\frac{3}{8}$

   (la cual se pudo haber resuelto "directamente" $\frac{3}{10}+\frac{3}{8}=\frac{12+15}{40}=\frac{27}{40}$)

3. La reescritura se induce a partir de la incorporación de los contenidos de las 2 jarras en una nueva jarra (cuyo contenido es el <u>doble</u> del contenido de una de las jarras).

4. El problema incluye varios de los significados de la noción de fracción: el de razón (aquí mencionado como proporción), parte todo, medida, partición, cociente.

5. El procedimiento de solución incluye:

a. Pasajes de la noción razón a la noción fracción común

$$3:7 \begin{cases}\dfrac{3}{10}\\[4pt] \dfrac{7}{10}\end{cases}$$

b. Equivalencia de fracciones $\frac{3}{10} = \frac{12}{40}$

c. Adción de fracciones $\frac{3}{10} + \frac{3}{8}$

d. Pasaje de la noción fracción común a la noción razón

$$\left.\begin{matrix}\dfrac{27}{80}\\[4pt] \dfrac{53}{80}\end{matrix}\right\} 27:53$$

e. Equivalencia de razones $\frac{28}{80} = \frac{53}{80} \sim 27:53$

f. Suma de razones $(3:5)+(3:7)=(27:53)$

Las producciones de 4 estudiantes

A continuación se presentan las realizaciones de cuatro estudiantes. En un primer nivel aparecen las soluciones planteadas por Carlos y Coral, tanto uno como otro recurre a un tipo de representación, la idea central descansa en la creencia de que las partes son iguales en las mezclas originales. En ellos se observa la suma de razones siguiente:

$$(3:7)+(3:5)=(6:12)$$

$$(a:b)+(c:d)=(a+c:b+d)$$

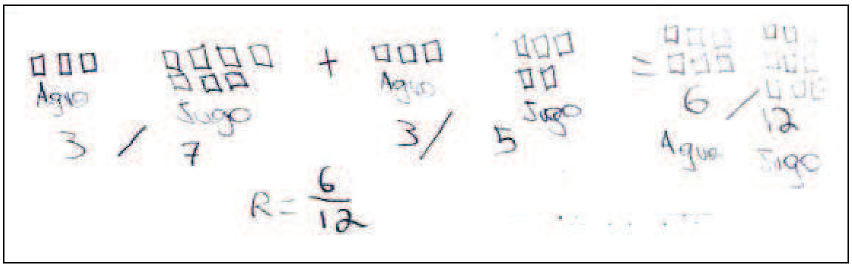

Figura 1. La solución propuesta por Carlos.

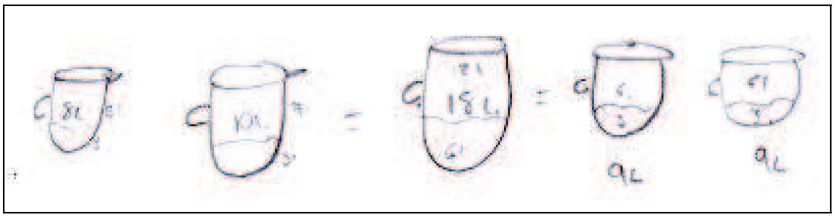

Figura 2. La solución propuesta por Coral.

Ahora bien, en un segundo nivel aparecen las soluciones de Alberto y Ángel.

En lo expuesto por Carlos, en su procedimiento asume que las partes son iguales en las mezclas originales. En ellos se observa la suma de razones siguiente:

$$(3:7)+(3:5)=(6:12)$$

$$(a:b)+(c:d)=(a+c:b+d)$$

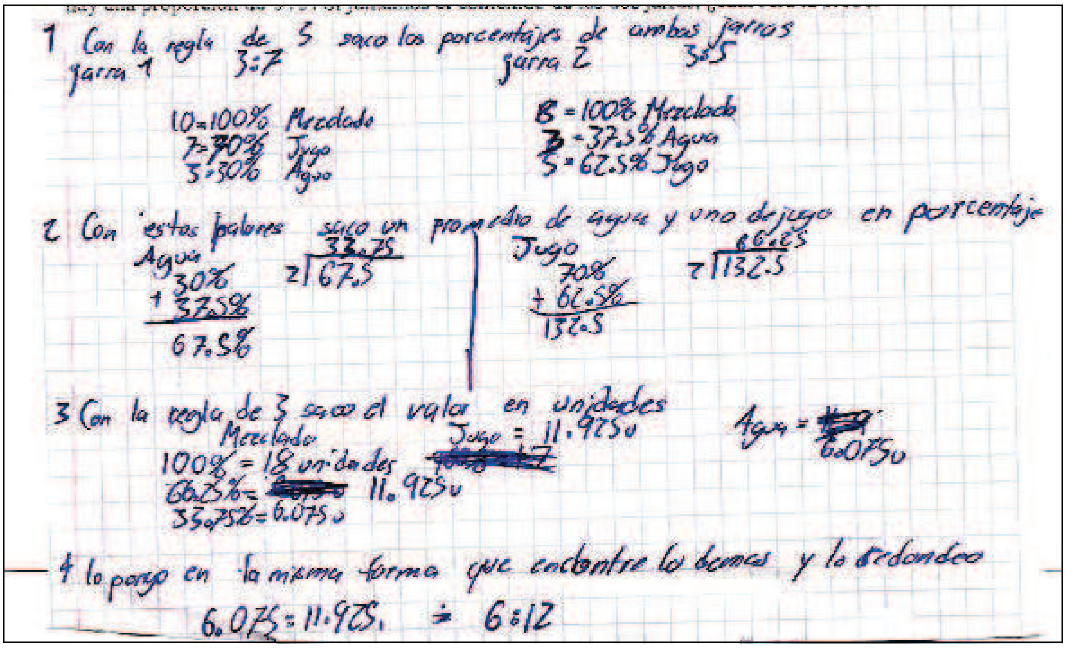

Figura 3. La solución propuesta por Alberto.

Por su parte Ángel, desarrolla una estrategia similar a la de Alberto, ya que como se observa a continuación:

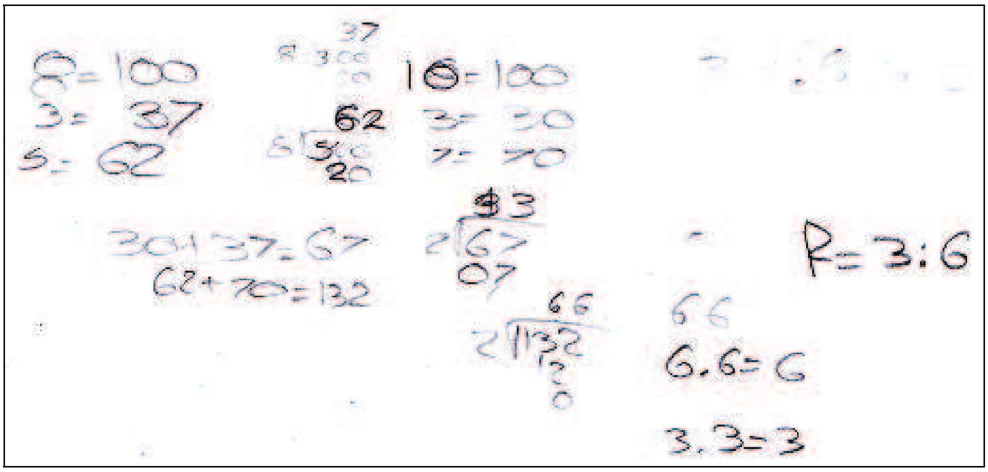

Figura 4. La solución propuesta por Ángel.

Ambos realizan una interpretación de las razones originales para realizar un reparto proporcional a través de las nociones parte – todo, porcentaje, promedio y medida. Sus procedimientos sólo incluyen representaciones simbólicas. Alcanzando a percibirse en sus propuestas de solución un equivalente al procedimiento expuesto en la sección *una mirada a la solución del problema*.

Algunas observaciones interesantes respecto a sus soluciones son las siguientes:

a) El trabajo de Ángel se corresponde con los pasos 1 y 2 de Carlos, con la diferencia de que Ángel anticipa los redondeos, ambos recurren a expresar las razones generadas con los datos iniciales a porcentajes para poder hacer uso de la información, emergiendo así los números decimales. Evidenciando como le "dan la vuelta" al problema para no trabajar directamente con cocientes, con las fracciones en términos de razones.

b) El trabajo de Alberto incluye dos pasos más, que desde una perspectiva de la matemática resultan innecesarios; pero que desde una *perspectiva psicológica* le resultan obligados. (Esto último parece haber sido inducido por el número total de partes (18) involucradas en el problema). Hecho del que Lamon (2001) también advierte. Al parecer Alberto necesita "verifica" su solución haciendo un regreso al problema, mientras que Ángel no lo ve así.

c) Resulta interesante ver cómo "operan" la integración – desintegración de las dos jarras en una sola jarra, esto a través del promedio de contenidos expresados en porcentajes. Podríamos asegurar que compactaron el procedimiento. De esta manera "evitaron" el trabajar con cocientes aparentemente, sin embargo en sus cálculos se ve cómo se encuentran manejando la noción de razón, no cómo un cociente (2 números), sino como un solo número.

d) La respuesta $(27:53)$ es equivalente a las respuestas: $(33.75:66.25)$ y $(6.075:11.925)$

Conclusiones

Los resultados hasta el momento obtenidos evidencian la importancia de reflexionar en torno a dos ideas: los significados que son asociados a la noción de fracción al trabajar un problema de mezclas y el uso que se le ha dado en un determinado contexto.

Una de las principales dificultades enfrentadas al resolver este tipo de planteamientos será sin lugar a dudas el tipo de interpretación que se le asigné, el grado de profundidad con que se reflexione, junto con la estrategia de solución a plantear.

Una de las aportaciones relevantes propuestas por los estudiantes en la solución del problema es la incorporación de un par de significados asociados a la noción de fracción que no fueron contemplados en la solución son tanto el porcentaje como los números decimales, ellos en su solución en lugar de partir de razones como fracciones comunes, recurren al manejo de los porcentajes, dando lugar a la aparición de los decimales para poder establecer sus comparaciones. Estos datos dan cuenta de una forma en cómo es posible "evitar" trabajar con las fracciones.

Referencias bibliográficas

Cantoral, R., Castañeda, A., Cabañas, G., Farfán, R., Lezama, J., Martínez, G., Montiel, G., Molina, J. y Sánchez, M. (2008). Matemáticas 1. Serie para la educación secundaria: Desarrollo del Pensamiento Matemático. México: McGraw Hill.

Fandiño, M. I. (2005). Le frazioni, aspetti concettuali e didattici. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Bologna, Italy.

Lamon, S. (2001). Presenting and representing: From Fractions to Rational. En A. Cuoco,. (Ed), The roles of representation in school mathematics. 2001 Yearbook of the National Council of Teacher of Mathematics (pp.146-165) Reston, V.A: National Council of Teacher of Mathematics.

Montiel, G. (2006). Construcción social de la función trigonométrica. En G. Martínez Sierra (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 19, 818-823. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.